



华南理工大学

现代射频滤波器理论与设计

第9讲 现代RF滤波器设计

陈付昌，涂治红

华南理工大学电子与信息学院

天线与射频技术研究所

TEL: 22236201-604

Email: zhtu@scut.edu.cn

Research Institute of Antenna & RF Techniques



第9讲内容

- ❖ 引言
- ❖ 具有1对有限传输零点的滤波器设计
- ❖ CQ (Cascaded Quadruplet) 滤波器设计
- ❖ CT (Cascaded Triplet) 滤波器设计





9.1 引言

- ❖ 随着无线通信的个人化、宽带化，人性化和高性能发展，通信系统对滤波器的技术要求（包括矩形度、体积和重量等）越来越严格。
- ❖ 引入具有有限传输零点的滤波器是目前最常用的选择，通常采用广义Chebyshev函数实现。





频率划分

GSM 900/1800频段		基站收、 移动台发	基站发、 移动台收
GSM900/1800频段	900MHz频段	890-915MHz	935-960MHz
	1800MHz频段	1710-1785MHz	1805-1880MHz
中国移动的频段	900MHz频段	890-909MHz	935-954MHz
	1800MHz频段	1710-1720MHz	1805-1815MHz
中国联通的频段	900MHz频段	909-915MHz	954-960MHz
	1800MHz频段	1745-1755MHz	1840-1855MHz

双工收发间隔

- (1) 在900MHz频段，双工收发间隔为45MHz
- (2) 在1800MHz频段，双工收发间隔为95MHz



具有有限传输零点的滤波器

❖ 优点:

- 减少谐振腔个数;
- 降低设计成本;
- 减小滤波器体积;
- 减小滤波器重量。

❖ 缺点:

- 综合设计具有一定难度;
- 结构和调谐都相对复杂。

原创力文档

max.book118.com

预览与源文档一致, 下载高清无水印





现代滤波器综合方法分成3类：

❖ 直接综合法：

- 具有1对传输零点的滤波器综合法
- CQ 和CT 结构滤波器。

❖ 电路综合法：

- Atia 和Williams 针对规范结构的滤波器提出电路综合法。
- Cameron 对其进行改进。

❖ 优化法：

- 根据指标，对已知结构的耦合矩阵和外部Q值进行优化。





9.2 具有1对传输零点的滤波器设计

- ❖ 滤波器特性
- ❖ 滤波器综合
- ❖ 滤波器分析
- ❖ 微带滤波器实现





9.2.1 滤波器特性

❖ 具有1对有限传输零点的广义Chebyshev传输函数

$$|S_{21}(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(\Omega)} \quad , \quad \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{-L_R/10} - 1}}$$

$$F_n(\Omega) = \cosh \left\{ (n-2) \cosh^{-1}(\Omega) + \cosh^{-1} \left(\frac{\Omega_a \Omega - 1}{\Omega_a - \Omega} \right) + \cosh^{-1} \left(\frac{\Omega_a \Omega + 1}{\Omega_a + \Omega} \right) \right\}$$

❖ Chebyshev传输函数

$$|S_{21}(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(\Omega)} \quad , \quad \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{-L_R/10} - 1}}$$

$$F_n(\Omega) = \cosh \left(n \cosh^{-1}(\Omega) \right)$$

原创力文档
max.book118.com
预览与源文档一致, 下载高清无水印



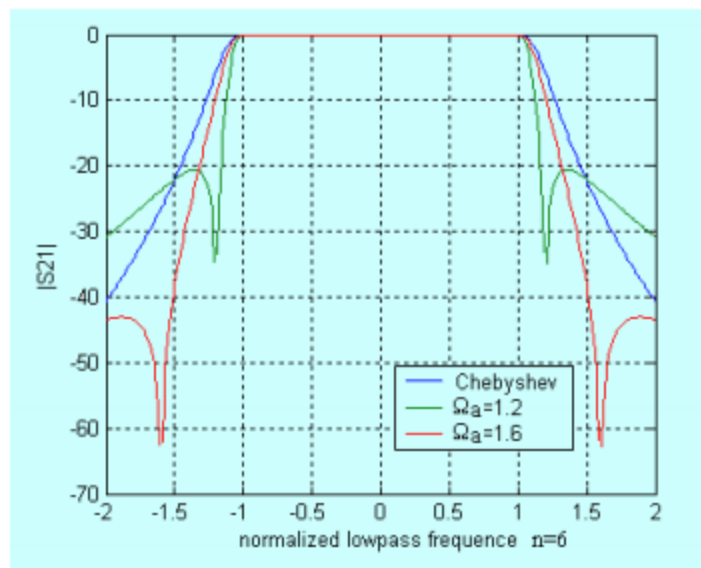


❖ 低通到带通的频率变换 $\Omega = \frac{1}{FBW} \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right)$

❖ 带通滤波器传输零点

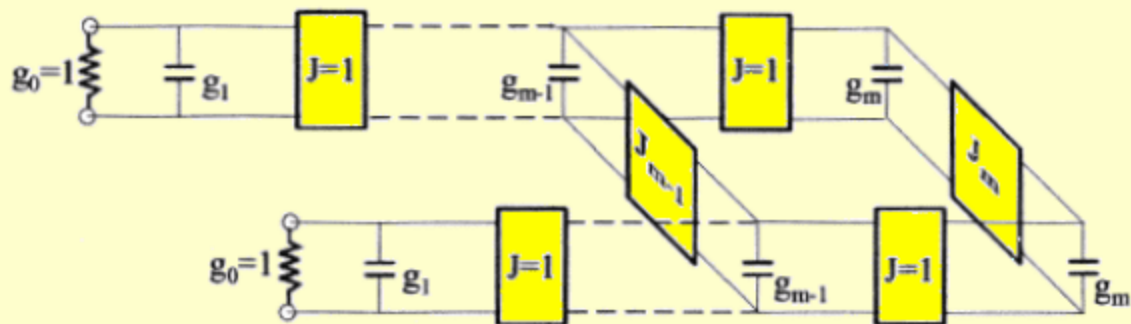
$$\omega_{a1} = \omega_o \frac{-\Omega_a FBW + \sqrt{(\Omega_a FBW)^2 + 4}}{2}$$

$$\omega_{a1} = \omega_o \frac{\Omega_a FBW + \sqrt{(\Omega_a FBW)^2 + 4}}{2}$$



9.2.2 滤波器综合

- ❖ R.Levy : 直接在Chebyshev滤波器上引入1对有限传输零点, 采用非相邻谐振器间耦合实现。



Lowpass prototype filter for the filter synthesis.



设计步骤:

❖ Step1: 直接从Chebyshev滤波器元件值开始。

$$g_1 = \frac{2 \sin(\pi/2n)}{\gamma}$$

$$g_i g_{i-1} = \frac{4 \sin\left(\frac{(2i-1)\pi}{2n}\right) \sin\left(\frac{(2i-3)\pi}{2n}\right)}{\gamma^2 + \sin^2\left(\frac{(i-1)\pi}{n}\right)}, \quad i=1, 2, \dots, m \quad m=n/2$$

$$\gamma = \sinh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)\right)$$

$$S = \left(\sqrt{1+\varepsilon^2} + \varepsilon\right)^2$$

$$J_m = \begin{cases} 1/\sqrt{S} & m \text{ 是偶数} \\ \sqrt{S} & m \text{ 是奇数} \end{cases}$$

$$J_{m-1} = 0$$

(传统Chebyshev滤波器)

原创力文档

max.book118.com

预览与源文档一致, 下载高清无水印





- ❖ Step2: 为了引入传输零点, 要求 J_{m-1} 。

$$J_{m-1} = \frac{-J'_m}{(\Omega_a g_m)^2 - J_m'^2}$$

- ❖ Step3: 为了保证滤波器设计的指标要求, 需要对 J_{m-1} 进行修正。

$$J'_m = \frac{J_m}{1 + J_m J_{m-1}}$$

- ❖ Step4: 重复Step2和Step3, 不断修正 J_{m-1} 直到满足要求。





- ❖ 优点：综合方法简单对高选择性滤波器很适用。
- ❖ 缺点：精度不够,尤其是对传输零点非常靠近通带的时候，该方法会失效。

$$L_R = -20 \text{ dB};$$

$$g_1(\Omega_a) = 1.22147 - 0.35543 \cdot \Omega_a + 0.18337 \cdot \Omega_a^2 - 0.0447 \cdot \Omega_a^3 + 0.00425 \cdot \Omega_a^4$$

$$g_2(\Omega_a) = 7.22106 - 9.48678 \cdot \Omega_a + 5.89032 \cdot \Omega_a^2 - 1.65776 \cdot \Omega_a^3 + 0.17723 \cdot \Omega_a^4$$

$$J_1(\Omega_a) = -4.30192 + 6.26745 \cdot \Omega_a - 3.67345 \cdot \Omega_a^2 + 0.9936 \cdot \Omega_a^3 - 0.10317 \cdot \Omega_a^4$$

$$J_2(\Omega_a) = 8.17573 - 11.36315 \cdot \Omega_a + 6.96223 \cdot \Omega_a^2 - 1.94244 \cdot \Omega_a^3 + 0.20636 \cdot \Omega_a^4$$

$$(n = 4 \text{ and } 1.8 \leq \Omega_a \leq 2.4)$$

$$g_1(\Omega_a) = 1.70396 - 1.59517 \cdot \Omega_a + 1.40956 \cdot \Omega_a^2 - 0.56773 \cdot \Omega_a^3 + 0.08718 \cdot \Omega_a^4$$

$$g_2(\Omega_a) = 1.97927 - 1.04115 \cdot \Omega_a + 0.75297 \cdot \Omega_a^2 - 0.245447 \cdot \Omega_a^3 + 0.02984 \cdot \Omega_a^4$$

$$g_3(\Omega_a) = 151.54097 - 398.03108 \cdot \Omega_a + 399.30192 \cdot \Omega_a^2 - 178.6625 \cdot \Omega_a^3 + 30.04429 \cdot \Omega_a^4$$

$$J_2(\Omega_a) = -24.36846 + 60.76753 \cdot \Omega_a - 58.32061 \cdot \Omega_a^2 + 25.23321 \cdot \Omega_a^3 - 4.131 \cdot \Omega_a^4$$

$$J_3(\Omega_a) = 160.91445 - 422.57327 \cdot \Omega_a + 422.48031 \cdot \Omega_a^2 - 188.6014 \cdot \Omega_a^3 + 31.66294 \cdot \Omega_a^4$$

$$(n = 6 \text{ and } 1.2 \leq \Omega_a \leq 1.6)$$

精确的设计公式



耦合系数
外部Q值



$$Q_{ei} = Q_{eo} = \frac{g_1}{FBW}$$

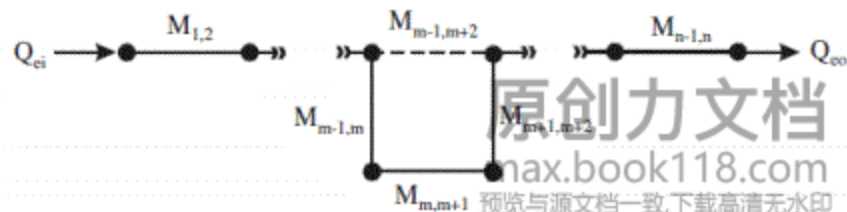
$$M_{i,i+1} = M_{n-i,n-i} = \frac{FBW}{\sqrt{g_i g_{i+1}}}, \quad i = 1, \dots, m-1$$

$$M_{m,m+1} = \frac{FBW \cdot J_m}{g_m}$$

$$M_{m-1,m+2} = \frac{FBW \cdot J_{m-1}}{g_{m-1}}$$

带通滤波器设计指标

结构





9.2.3 滤波器分析

❖ 滤波器响应

$$S_{21}(\omega) = \frac{Y_o(\omega) - Y_e(\omega)}{(1 + Y_o(\omega)) \cdot (1 - Y_e(\omega))}$$

$$S_{11}(\omega) = \frac{1 - Y_o(\omega) \cdot Y_e(\omega)}{(1 + Y_o(\omega)) \cdot (1 - Y_e(\omega))}$$

❖ 当滤波器沿对称面短路或开路时，可得到交叉导纳变换器 $\pm J_{m-1}$ 和 $\pm J_m$ 。所以 Y_o 和 Y_e 为：

$$Y_e(\omega) = j(\omega g_1 - J_1) + \frac{1}{j(\omega g_2 - J_2)}$$

$$Y_o(\omega) = j(\omega g_1 + J_1) + \frac{1}{j(\omega g_2 + J_2)}$$

$n=4$





$$N = 6, 8, \dots, m = n / 2$$

$$Y_e(\omega) = j\omega g_1 + \frac{1}{j\omega g_2 + \dots + \frac{1}{j(\omega g_{m-1} - J_{m-1}) + \frac{1}{j(\omega g_m - J_m)}}$$

$$Y_o(\omega) = j\omega g_1 + \frac{1}{j\omega g_2 + \dots + \frac{1}{j(\omega g_{m-1} + J_{m-1}) + \frac{1}{j(\omega g_m + J_m)}}$$



❖ 求解传输零点

$$|S_{21}(\Omega)| = 0$$

$$|Y_o(\Omega) - Y_e(\Omega)| = 0$$

$$j(\Omega_a g_{m-1} + J_{m-1}) + \frac{1}{j(\Omega_a g_m + J_m)} = j(\Omega_a g_{m-1} - J_{m-1}) + \frac{1}{j(\Omega_a g_m - J_m)}$$

$$\Omega_a = \frac{1}{g_m} \sqrt{J_m^2 - \frac{J_m}{J_{m-1}}}$$

原创力文档

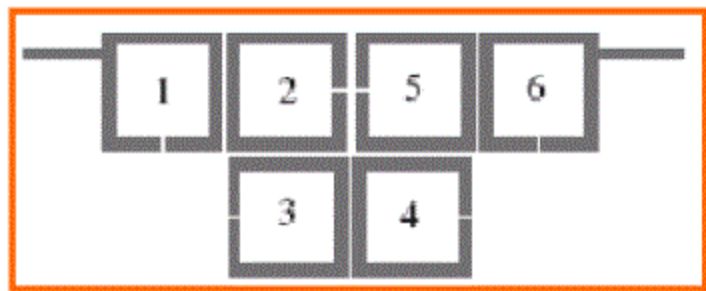
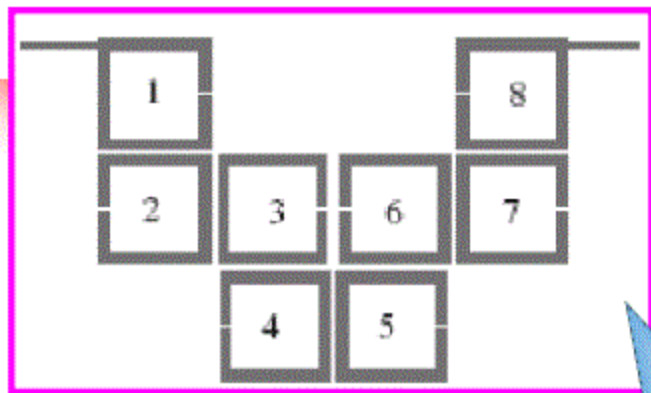
max.book118.com

预览与源文档一致, 下载高清无水印

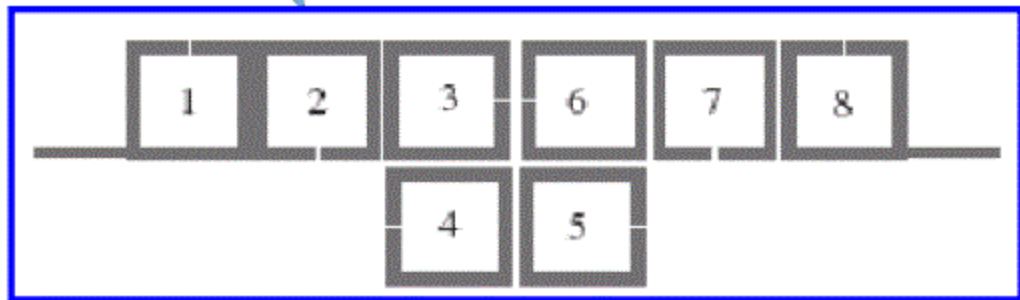
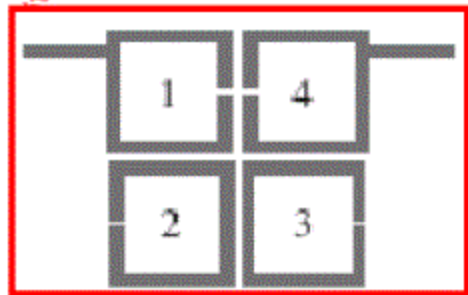




9.2.4 微带滤波器实现



1对传输零点的
微带滤波器





举例

8阶微带滤波器设计指标:

中心频率	985 MHz
通带带宽	10.359%
40dB 反射带宽	125.5 MHz
通带内回波损耗	-20 dB





求解步骤

根据指标选取传输
零点 $\Omega=\pm 1.2645$

将传输零点带
入，得各参数

$$\begin{aligned}g_1 &= 1.02761, \\g_2 &= 1.46561, \\g_3 &= 1.99184, \\g_4 &= 1.86441, \\J_3 &= -0.33681, \\J_4 &= 1.3013.\end{aligned}$$

耦合系数和外部Q值

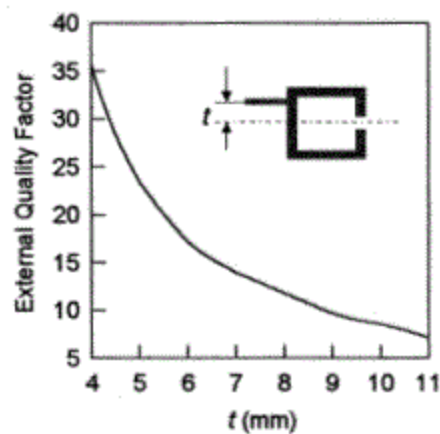
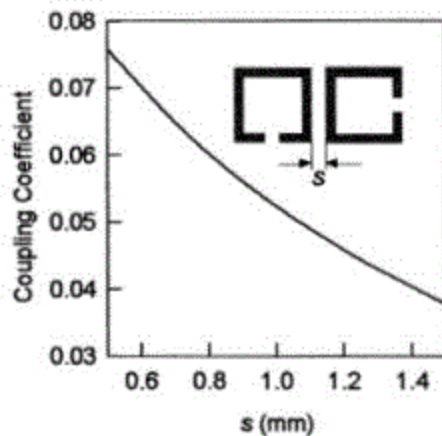
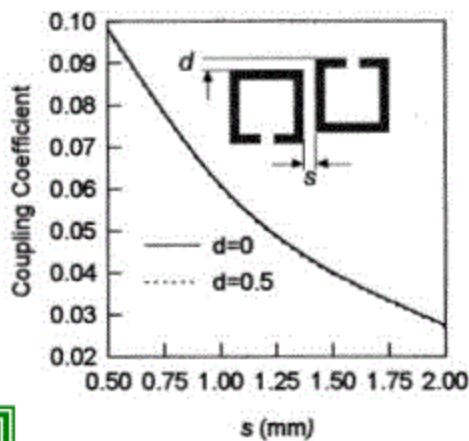
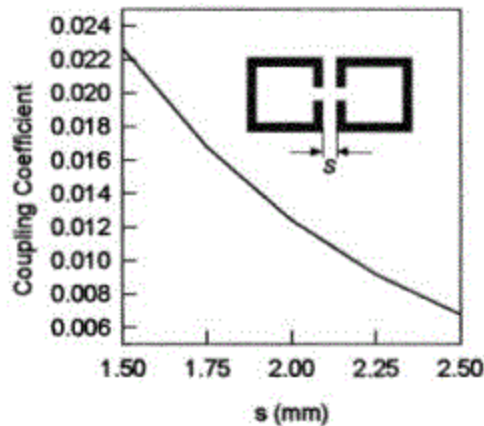
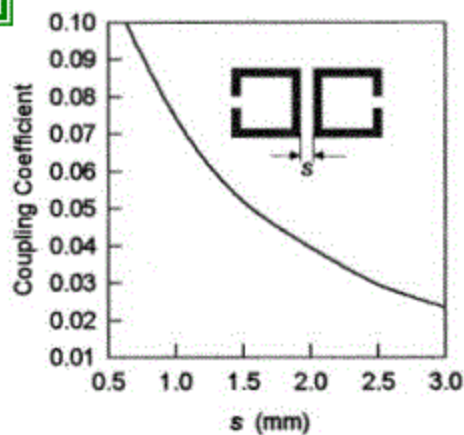
$$\begin{aligned}M_{1,2} &= M_{7,8} = 0.08441 \\M_{2,3} &= M_{6,7} = 0.06063 \\M_{3,4} &= M_{5,6} = 0.05375 \\M_{4,5} &= 0.0723 \\M_{3,6} &= -0.01752 \\Q_{ei} &= Q_{eo} = 9.92027\end{aligned}$$

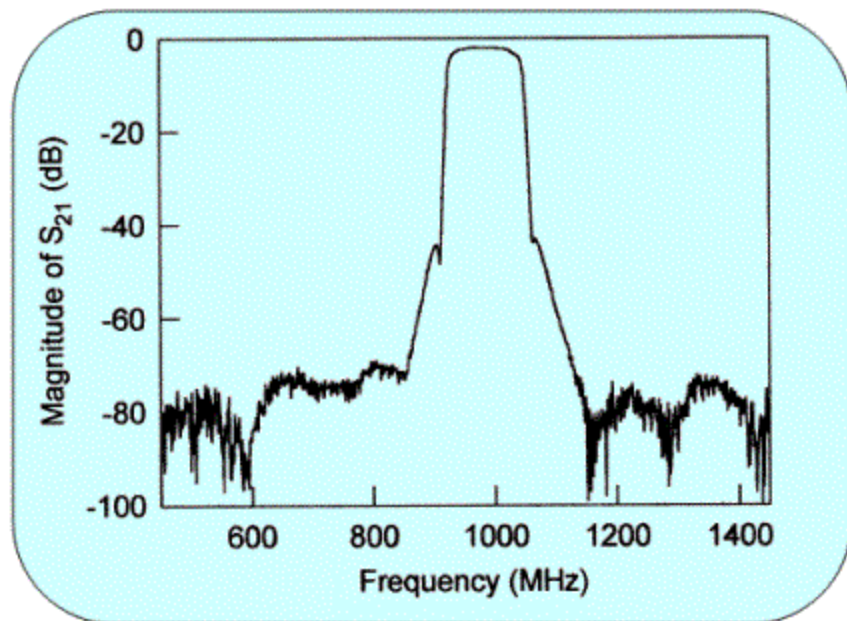
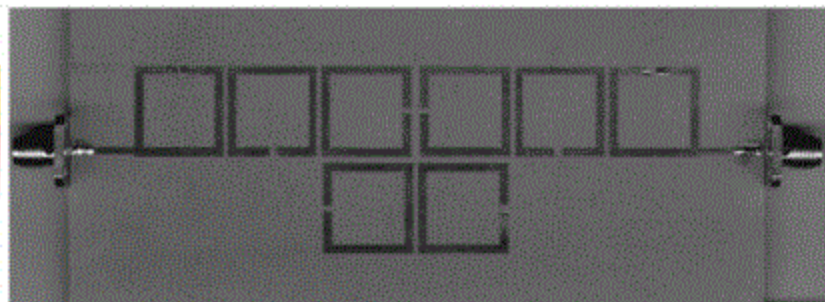
物理实现:采用介
电常数10.8,厚度
1.27mm微带板。
单个谐振器采用宽
度1.5mm.尺寸
12×12mm的开路
环实现。谐振器间
耦合尺寸采用第6
讲方法可以得到。





T_1

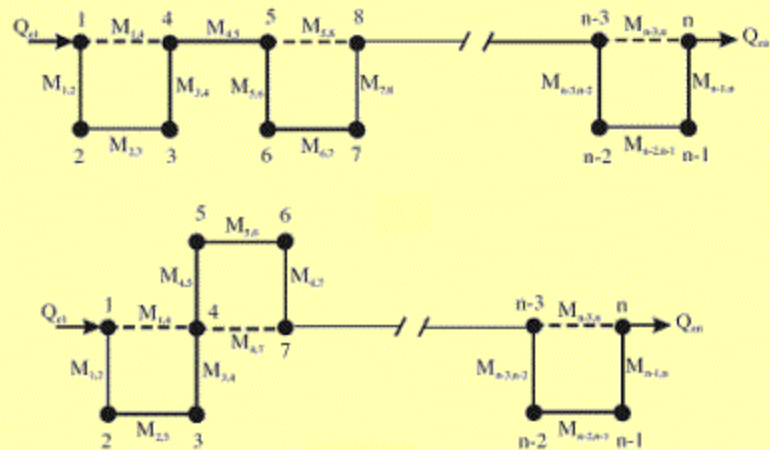






9.3 CQ滤波器设计

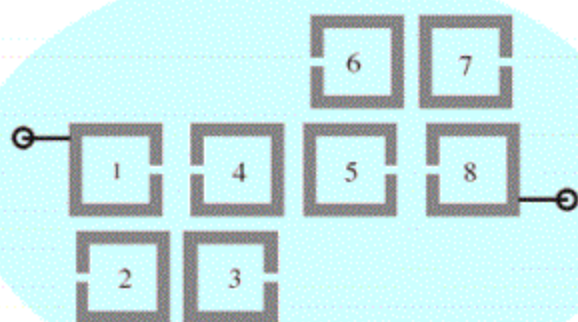
- ❖ 引入1对以上的传输零点能够满足更高要求的滤波器设计。可采用CQ滤波器实现。



优点:

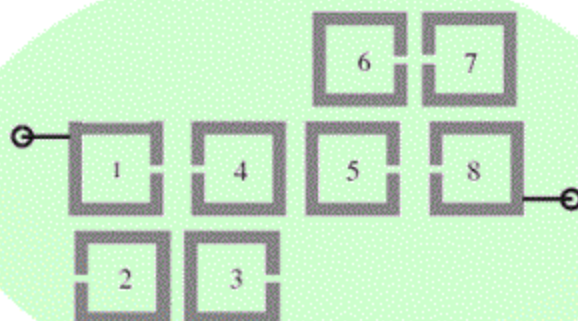
- 结构简单;
- 每个交叉耦合互不影响;
- 方便设计和调谐。





- ❖ 耦合 M_{14} 和 M_{23} 符号不同, 产生1对有限传输零点。
- ❖ 耦合 M_{58} 和 M_{67} 符号不同, 产生1对有限传输零点

Tec



- ❖ 耦合 M_{14} 和 M_{23} 符号不同, 产生1对有限传输零点。
- ❖ 耦合 M_{58} 和 M_{67} 符号相同, 产生1对复数传输零点, 改善滤波器群延迟特性。





举例

8阶微带CQ滤波器设计指标:

通带通带: 820~880MHz

回波损耗: 20dB

50dB处的反射带宽: 77.5MHz

65dB处的反射带宽: 100MHz

设计步骤:

- ❖ Step1: 根据指标选取两对传输零点, 其归一化位置为 $p=\pm j1.3202$ 和 $p=\pm j1.7942$ 。滤波器结构如下:





❖ Step2: 通过优化得到归一化耦合矩阵和外部Q值:

$$[m] = \begin{bmatrix} 0 & 0.80799 & 0 & -0.10066 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.80799 & 0 & 0.6514 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6514 & 0 & 0.52837 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.10066 & 0 & 0.52837 & 0 & 0.53064 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.53064 & 0 & 0.4918 & 0 & -0.2346 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.49184 & 0 & 0.49184 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4918 & 0 & 0.77967 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2346 & 0 & 0.77967 & 0 \end{bmatrix}$$

$$q_{e1} = q_{1n} = 1.02828$$





❖ Step3: 根据 $[m]=[M]/\text{FBW}$, 得到:

$$M_{12} = 0.05707$$

$$M_{56} = 0.03474$$

$$M_{23} = 0.04601$$

$$M_{67} = 0.05209$$

$$M_{34} = 0.03732$$

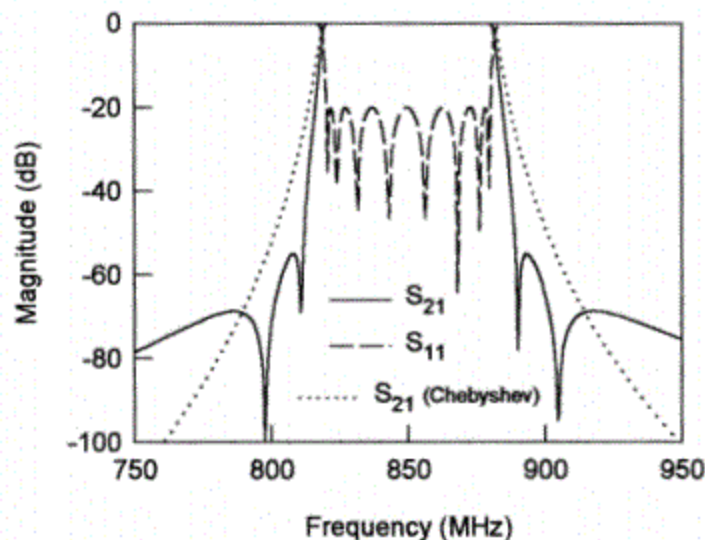
$$M_{78} = 0.05507$$

$$M_{14} = -0.00711$$

$$M_{58} = -0.01657$$

$$M_{45} = 0.03748$$

$$Q_{ei} = Q_{eo} = 14.5582$$



South Ch





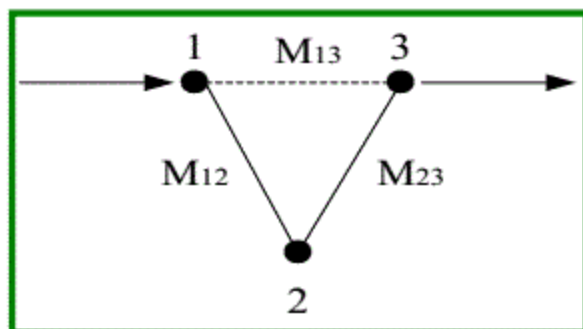
9.4 CT滤波器设计

- ❖ CT滤波器特性
- ❖ CT单元
- ❖ 微带滤波器实现



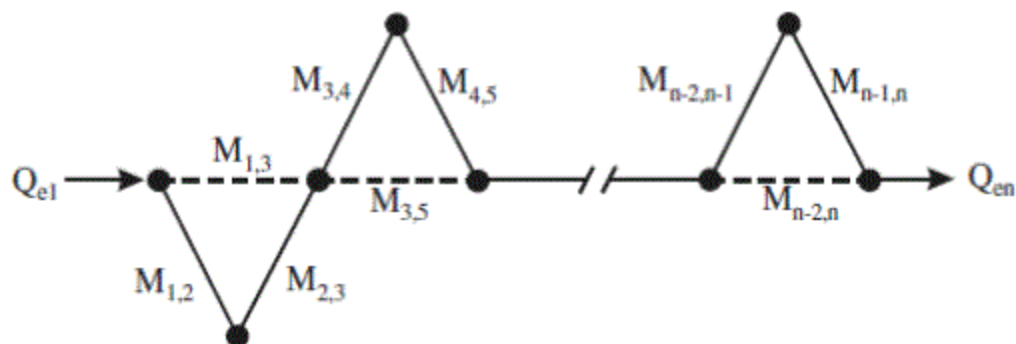
9.4.1 CT滤波器特性

- ❖ 每个CT单元由带有1个交叉耦合的三个谐振器构成。这个交叉耦合结构产生1个传输零点。

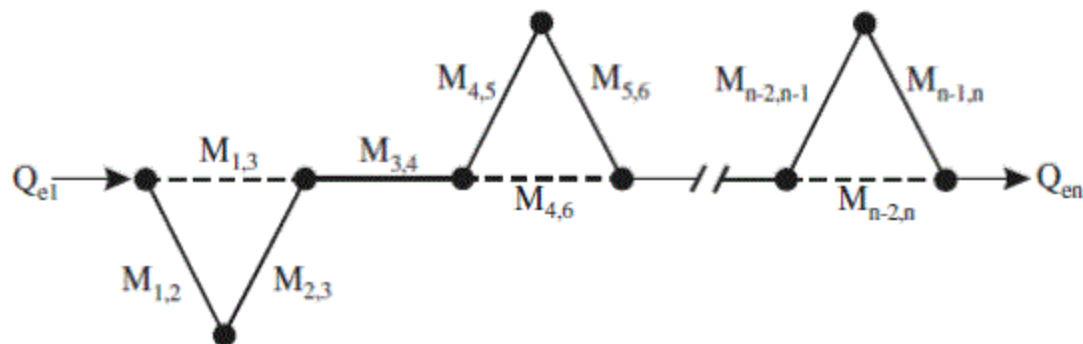


$$|S_{21}(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 F_n^2(\Omega)}$$

$$F_n(\Omega) = \cosh \left\{ \sum_{i=1}^n \cosh^{-1} \left(\frac{\Omega_{ai} \Omega - 1}{\Omega_{ai} - \Omega} \right) \right\}$$



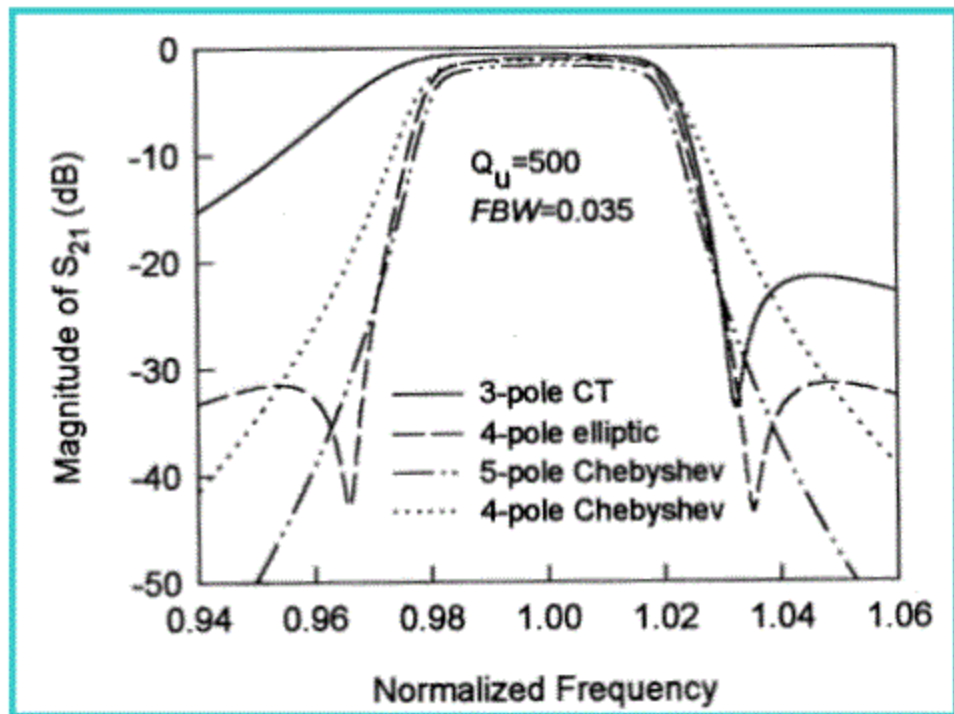
(a)

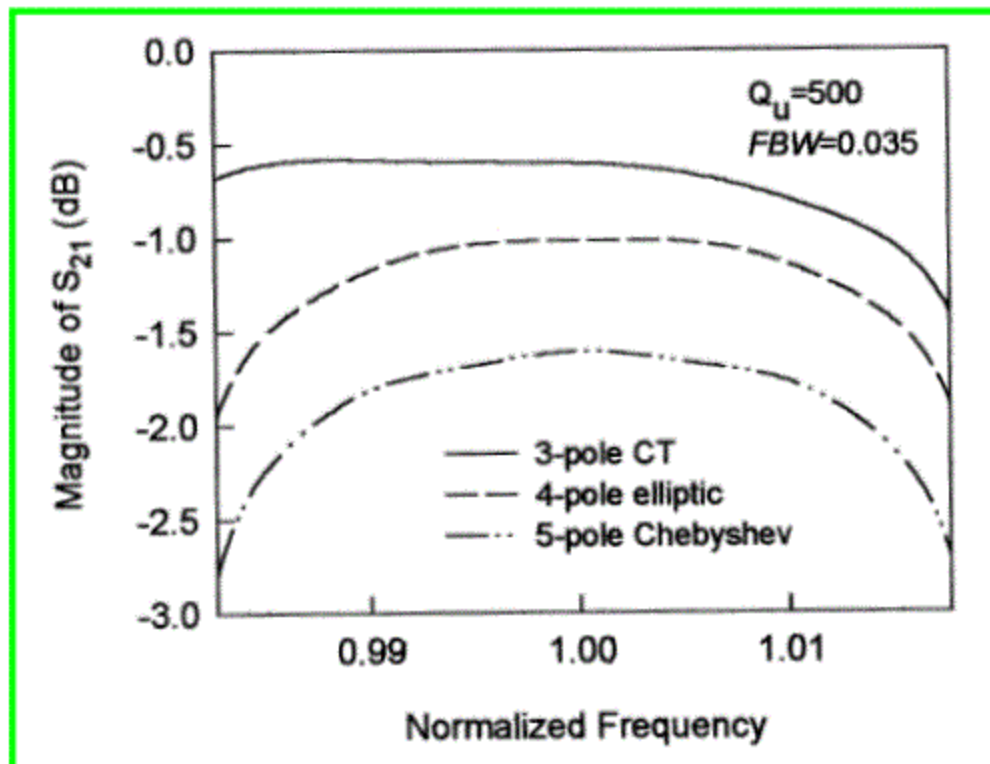


(b)



- ❖ 指标：归一化频率 ≥ 1.03 时，衰减 $\geq 20\text{dB}$ ；
 $RL \leq -20\text{dB}$ ； $FBW = 0.035$ ；

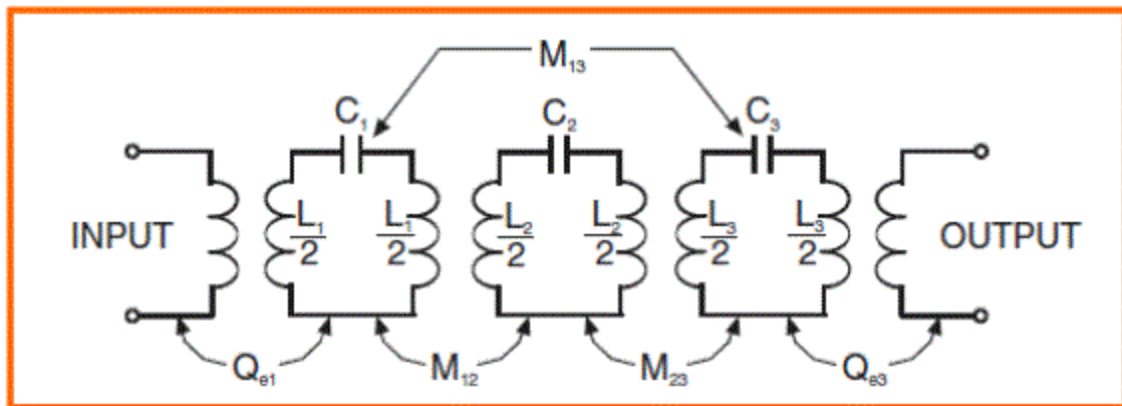




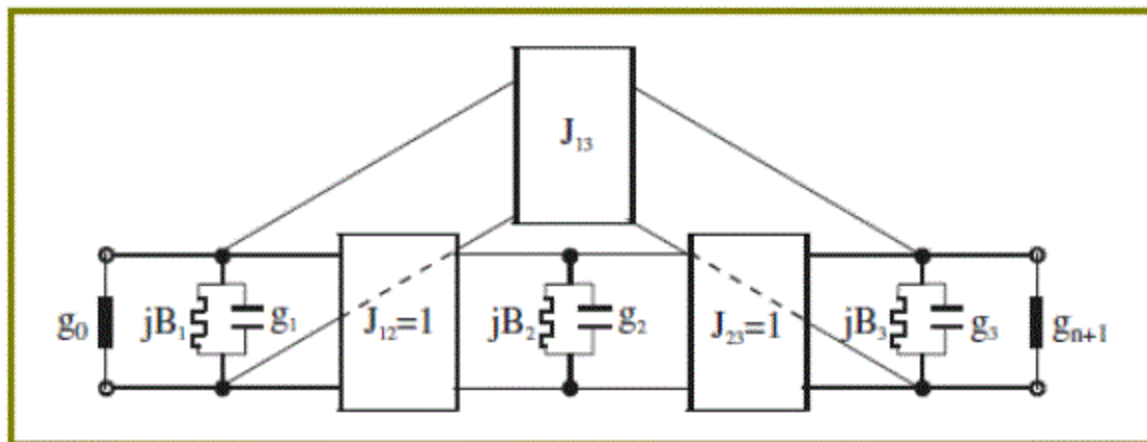
- ❖ CT滤波器优点是产生非对称响应，这样可以在满足指标要求下，减小滤波器体积。



9.4.2 CT单元



CT单元滤波器的等效电路图



低通原型滤波器





❖ 对于对称电路，取 $J_{12}=J_{23}=1$ ， $g_0=g_4$ ， $g_1=g_3$ ， $B_1=B_3$ 。由奇偶模法有：

$$S_{21} = S_{12} = \frac{S_{11e} - S_{11o}}{2}$$

$$S_{11} = S_{22} = \frac{S_{11e} + S_{11o}}{2}$$

$$S_{11e} = \frac{1 - (g_1 s + jB_1 - jJ_{13} + \frac{2J_{12}}{g_2 s + jB_2})}{1 + (g_1 s + jB_1 - jJ_{13} + \frac{2J_{12}}{g_2 s + jB_2})}$$

$$S_{11o} = \frac{1 - (g_1 s + jB_1 + jJ_{13})}{1 + (g_1 s + jB_1 + jJ_{13})}$$

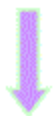




$$|S_{21}| = 0$$



$$\Omega_a = -\frac{1}{g_2} \left(\frac{J_{12}}{J_{13}} + B_2 \right)$$



低通原型到带通滤波器的频率变换

$$\omega_{0i} = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{B_i}{g_i / FBW + B_i / 2}}$$

$$b_i = \frac{\omega_{0i}}{\omega_0} \left(\frac{g_i}{FBW} + \frac{B_i}{2} \right)$$

$$Q_{e1} = \frac{b_1}{g_0} = \frac{\omega_{01}}{\omega_0 g_0} \left(\frac{g_1}{FBW} + \frac{B_1}{2} \right)$$

$$Q_{en} = \frac{b_n}{g_{n+1}} = \frac{\omega_{0n}}{\omega_0 g_{n+1}} \left(\frac{g_n}{FBW} + \frac{B_n}{2} \right)$$

$$M_{ij} \Big|_{i \neq j} = \frac{J_{ij}}{\sqrt{b_i b_j}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_{0i} \omega_{0j}}} \frac{FBW \cdot J_{ij}}{\sqrt{(g_i + FBW \cdot B_i / 2) \cdot (g_j + FBW \cdot B_j / 2)}}$$

$$M_{ii} = \frac{\omega_{0i}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{0i}}$$





举例1

3阶微带CT滤波器设计指标:

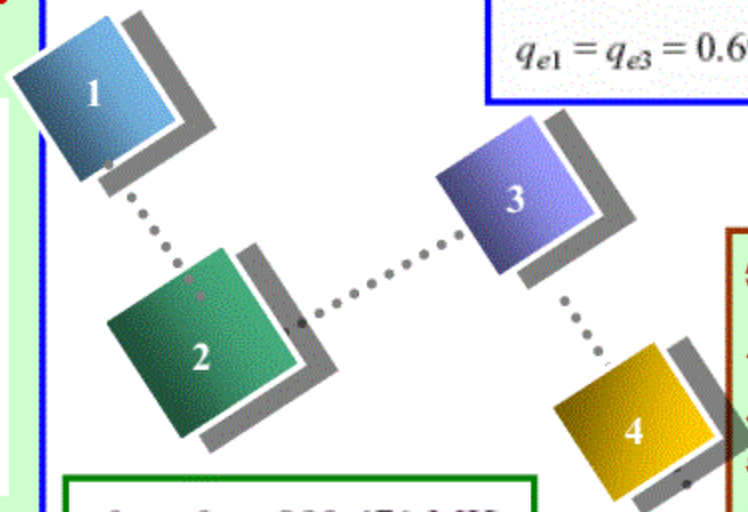
中心频率	905 MHz
通带带宽	40MHz
通带内回波损耗	-20 dB
反射>20dB时, 频率	≥ 950 MHz



通过优化得 低通原型元 件值

$$\begin{aligned}g_1 &= g_3 = 0.695 \\g_2 &= 1.245 \\B_1 &= B_3 = 0.185 \\B_2 &= -0.615 \\J_{12} &= J_{23} = 1.0 \\J_{13} &= -0.457\end{aligned}$$

求解步骤

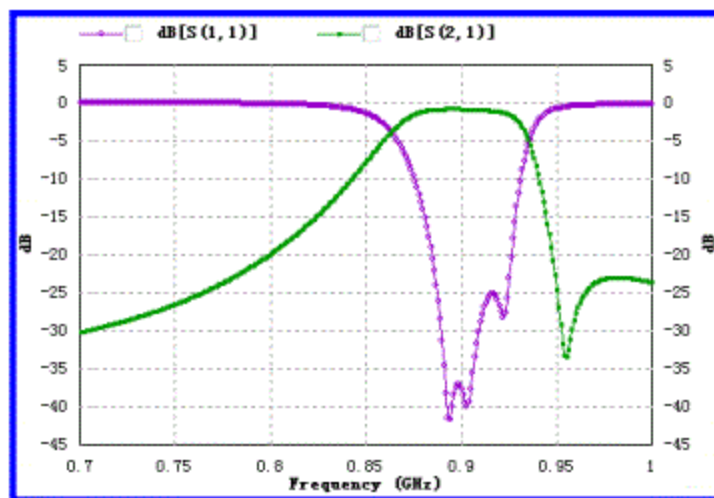
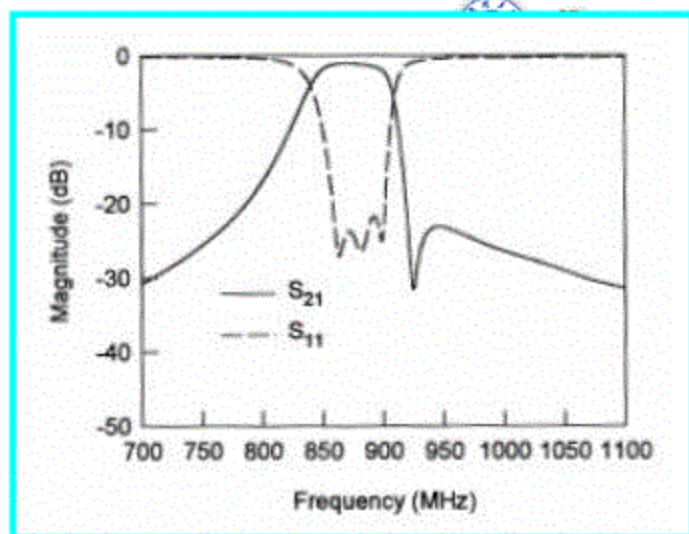
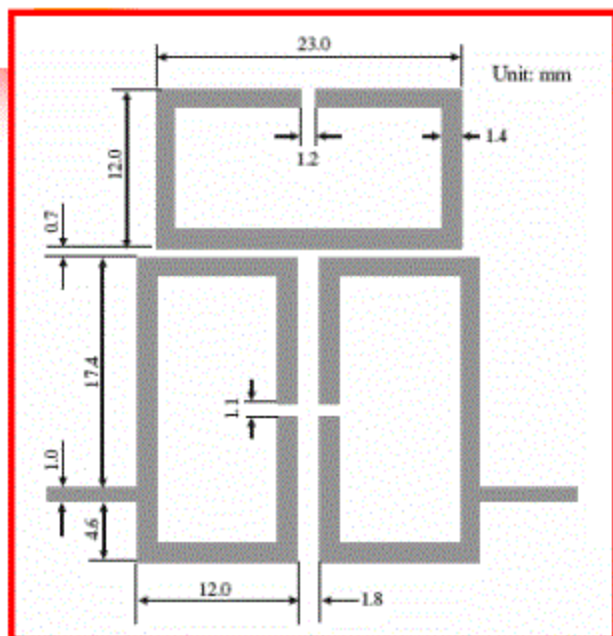


$$[m] = \begin{bmatrix} -0.27644 & 1.07534 & -0.65769 \\ 1.07534 & 0.48564 & 1.07534 \\ -0.65769 & 1.07534 & -0.27644 \end{bmatrix}$$
$$q_{e1} = q_{e3} = 0.69484$$

物理实现：选取基
片介电常数10.8和
厚度1.27mm。谐振
器用开路环，宽度
1.4mm，尺寸为
 $0.19\lambda_{g0} \times 0.27\lambda_{g0}$ 。

$$\begin{aligned}f_{01} &= f_{03} = 899.471 \text{ MHz} \\f_{02} &= 914.713 \text{ MHz} \\Q_{e1} &= Q_{e3} = 15.7203 \\M_{12} &= M_{23} = 0.04753 \\M_{13} &= -0.02907\end{aligned}$$





IE3D



举例2

3阶微带CT滤波器设计指标:

中心频率 910 MHz

通带带宽 40MHz

通带内回波损耗 -20 dB

反射>35dB时, 频率 $\leq$ 843 MHz



通过优化 得低通原型 元件值

$$\begin{aligned}g_1 &= g_3 = 0.645 \\g_2 &= 0.942 \\B_1 &= B_3 = -0.205 \\B_2 &= 0.191 \\J_{12} &= J_{23} = 1.0 \\J_{13} &= 0.281\end{aligned}$$

求解步

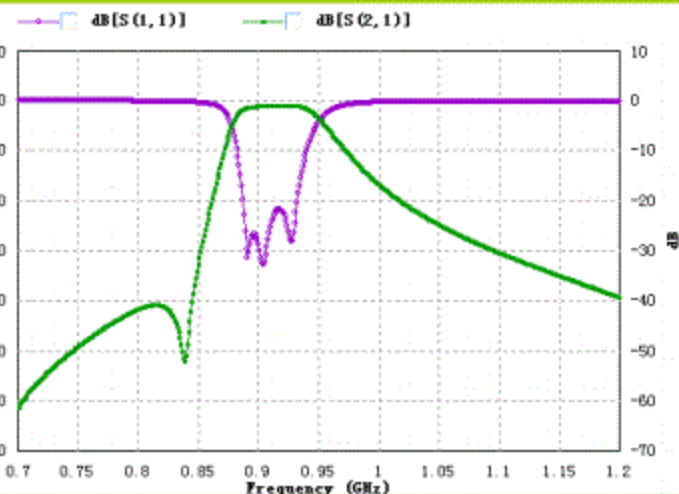
$$[m] = \begin{bmatrix} -0.27644 & 1.07534 & -0.65769 \\ 1.07534 & 0.48564 & 1.07534 \\ -0.65769 & 1.07534 & -0.27644 \end{bmatrix}$$

$$q_{e1} = q_{e3} = 0.69484$$

$$\begin{aligned}f_{01} &= f_{03} = 916.159 \text{ MHz} \\f_{02} &= 905.734 \text{ MHz} \\Q_{e1} &= Q_{e3} = 14.6698 \\M_{12} &= M_{23} = 0.05641 \\M_{13} &= 0.01915\end{aligned}$$

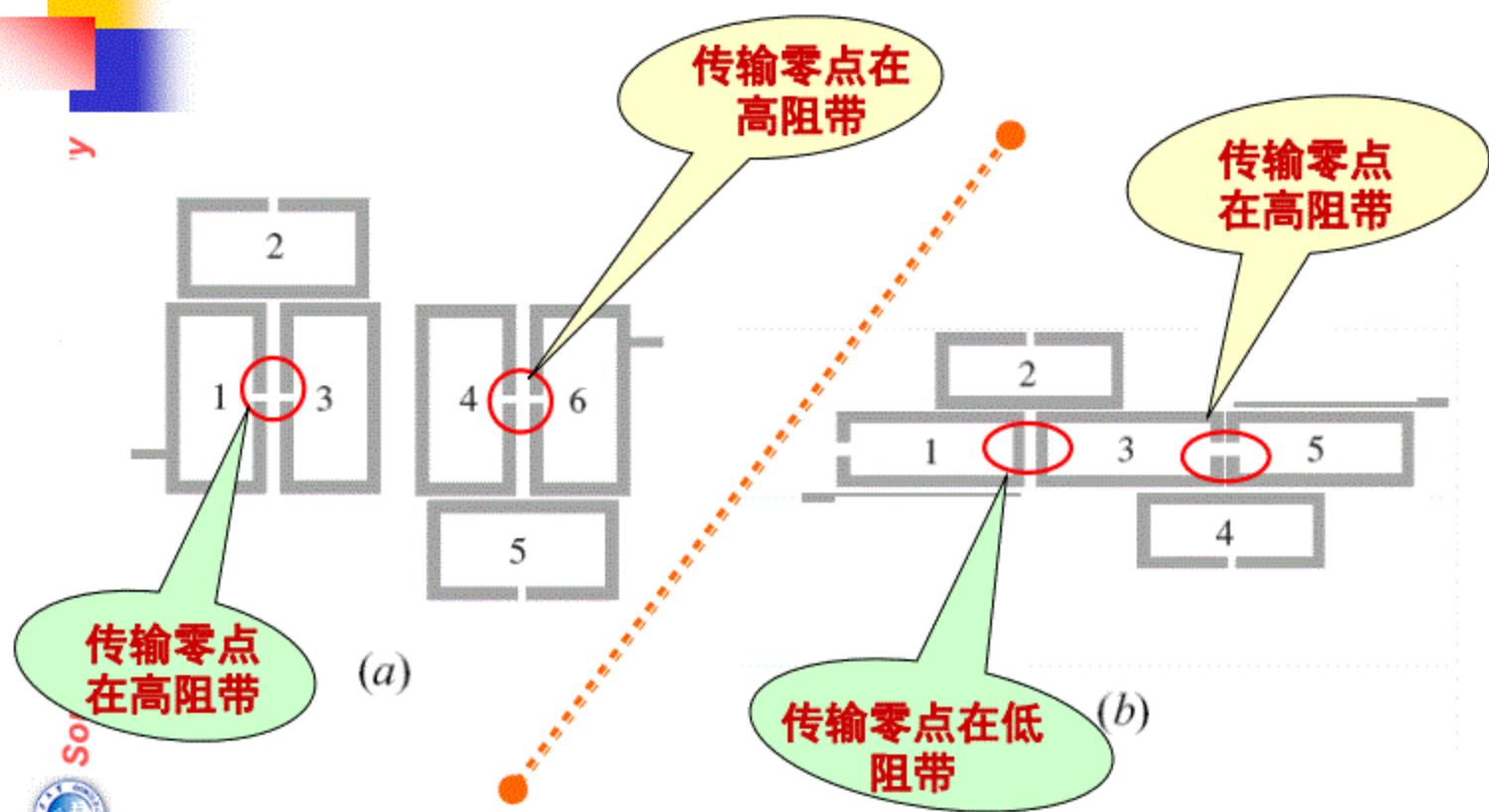
物理实现：选取基片介电常数10.8和厚度1.27mm。谐振器用开路环，宽度1.4mm，尺寸为 $0.41\lambda_{g0} \times 0.71\lambda_{g0}$ 。







9.4.3 CT滤波器





举例

3阶微带CT滤波器设计指标:

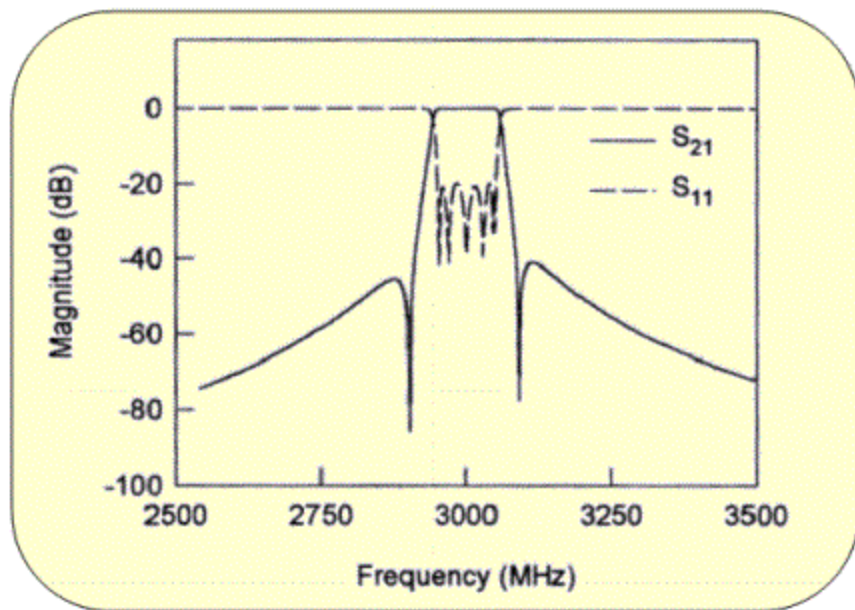
中心频率	3GHz
通带相对带宽	3.33%
通带内回波损耗	-20 dB
传输零点:	-2.0GHz和1.8GHz

$g_1 = 0.9834$	$B_1 = 0.0028$	$J_{12} = J_{23} = 1.0$
$g_2 = 1.586$	$B_2 = 0.6881$	$J_{13} = 0.4026$
$g_3 = 1.882$	$B_3 = 0.0194$	$J_{34} = J_{45} = 1.0$
$g_4 = 1.6581$	$B_4 = -0.7965$	$J_{35} = -0.4594$
$g_5 = 0.9834$	$B_5 = 0.0028$	



$$[m] = \begin{bmatrix} -0.00285 & 0.80074 & 0.29594 & 0 & 0 \\ 0.80074 & -0.4323 & 0.57882 & 0 & 0 \\ 0.29594 & 0.57882 & -0.01031 & 0.56718 & -0.33769 \\ 0 & 0 & 0.56718 & 0.48415 & 0.78463 \\ 0 & 0 & -0.33769 & 0.78463 & -0.00285 \end{bmatrix}$$

$$q_{e1} = q_{e5} = 0.9834$$

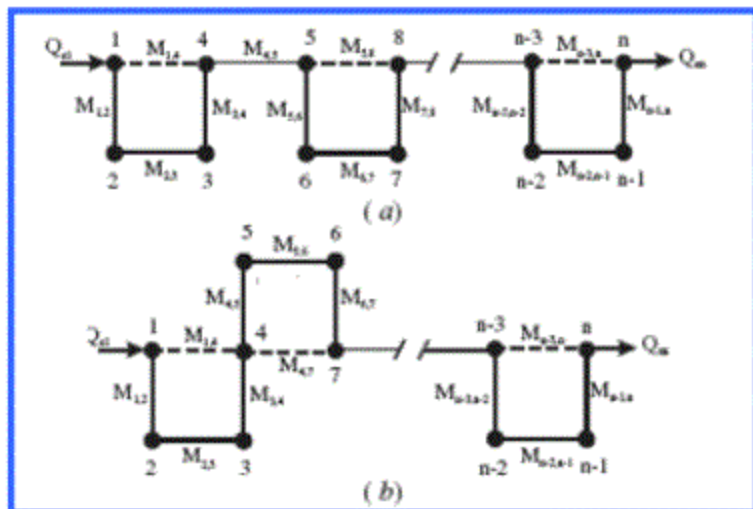


9.5 CQ/CT滤波器的传输零点独立性



华南理工大学

- ❖ CQ和CT交叉耦合结构是交叉耦合滤波器中最常见且应用广泛的两种结构。
- ❖ 对于 N 个CQ单元的交叉耦合滤波器，其中共包括 $n=4N$ 个谐振器。





$$\begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + j\omega & jM_{12} & 0 & jM_{14} & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ jM_{12} & j\omega & jM_{23} & 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & jM_{23} & j\omega & jM_{12} & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ jM_{14} & 0 & jM_{12} & j\omega & jM_{45} & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & jM_{45} & j\omega & jM_{56} & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \cdots & \cdots \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & jM_{n-4,n-5} & j\omega & jM_{n-3,n-2} & 0 & jM_{n-3,n} \\ 0 & & & & 0 & 0 & jM_{n-3,n-2} & j\omega & jM_{n-2,n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & jM_{n-2,n-1} & j\omega & jM_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & jM_{n-3,n} & 0 & jM_{n-1,n} & R + j\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ \vdots \\ \vdots \\ i_{n-3} \\ i_{n-2} \\ i_{n-1} \\ i_n \end{bmatrix}$$

电压比: $\frac{e_n}{e_1} = R \frac{\text{Det}(Z_{1n}) \text{的余子式}}{\text{Det}(Z)}$

传输函数为: $|S_{21}|^2 = \left(2 \left| \frac{e_n}{e_1} \right| \right)^2$



$$4R^2 \times \left| \text{Det} \begin{bmatrix} jM_{12} & j\omega & jM_{23} & \cdots & \cdots & 0 \\ j\omega & jM_{23} & j\omega & \cdots & \cdots & 0 \\ jM_{14} & 0 & jM_{12} & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & j\omega & jM_{n-2,n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & jM_{n-2,n-1} & j\omega \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & jM_{n-1,n} \end{bmatrix}_{(n-1) \times (n-1)} \right|^2$$

❖ 应用简单的线性代数知识，将矩阵分解为4个子矩阵，

$$4R^2 \times \left| \text{Det} \begin{bmatrix} A_{4 \times 4} & B_{4 \times (n-5)} \\ 0_{(n-5) \times 4} & C_{(n-5) \times (n-5)} \end{bmatrix} \right|^2 = 4R^2 \times \left| \text{Det}(A_{4 \times 4}) \bullet \text{Det}(C_{(n-5) \times (n-5)}) \right|^2$$





$$4R^2 \times \left| \text{Det}([A]_{4 \times 4}) \cdot \text{Det}([A_1]_{4 \times 4}) \cdots \text{Det}([A_{k-1}]_{3 \times 3}) \right|^2 =$$

$$4R^2 \cdot \prod_{k=1}^N \left[M_{4k \times (4k+1)} \cdot \left(-M_{(4k-3) \times (4k-2)}^2 M_{(4k-2) \times (4k-1)} \right) - \omega^2 M_{(4k-3) \times (4k-2)} \right. \\ \left. + M_{(4k-3) \times (4k-1)}^2 M_{(4k-3) \times 4k} \right]^2$$

上式根即为有限传输零点：

$$\omega_o = \pm \sqrt{\frac{\left(M_{(4k-2) \times (4k-1)}^2 M_{(4k-3) \times (4k)} \right) - M_{(4k-3) \times (4k-2)}^2 M_{(4k-2) \times (4k-1)}}{M_{(4k-3) \times (4k)}}}$$

$$k = 1, 2, \dots, N$$





- ❖ 每个矩阵行列式 $\text{Det}(A_1), \dots, \text{Det}(A_{k-1})$ 等于零的根就是一个四腔结构单元的零点，并且与其他单元耦合系数及单元之间的耦合系数无关。
- ❖ 于是整个滤波器的零点就是每个CQ单元零点的总和。
- ❖ 因此只需要用子矩阵的耦合系数分别计算每一个单元的零点就可以得到所有 N 对传输零点，而不需要考虑单元之间的耦合。
- ❖ 可见CQ结构滤波器的这一优点是由其自身结构特点所决定的。



作业

1. 推导书上P320 - 10.1.3 中式(10.11a)。
2. 采用介电常数2.55，厚度0.8mm的材料仿真书上P335 - 10.3.3.1的例子。