

基于MATLAB的IIR数字带通滤波器的设计

设计

利用冲击响应不变法设计一个切比雪夫带通滤波器，设计的指标为：

通带边缘频率 $w1 = 0.4\pi, w2 = 0.8\pi$

阻带边缘频率 $w3 = 0.3\pi, w4 = 1.0\pi$

通带波纹 $\leq 0.5\text{dB}$

阻带衰减 $\geq 20\text{ dB}$

解:1.基本原理

滤波器的传递函数的一般形式为：

$$H(z) = \frac{\prod_{k=1}^M (z - z_k) \prod_{k=1}^M (z - z_r^*)}{\prod_{k=1}^N (z - z_p) \prod_{k=1}^N (z - z_p^*)}$$

当 $M \leq N$, N 阶 IIR 系统； $M > N$, $H(z)$: N 阶 IIR 系统 $+(M-N)$ 阶的

FIR 系统，

以上两种表示等价，部分分式形式和零极点增益形式

IIR 系统的逼近，就是找到滤波器的系数 a_k, b_k ，或者是系统的零

极点和增益 (z, p, k) 。

切比雪夫 I 型的幅度平方函数为：

$$H(j\omega)^2 \frac{1}{\omega^2}$$

$$1 \quad {}^2C_N(—)$$

c

$|H(j)|$ 的特点如下:

$$(1) \quad \omega=0 \text{ 时, } N \text{ 为偶数时, } |H_a(j0)| = \frac{1}{1+\omega^2} \quad \text{当 } N \text{ 为奇数时,}$$

$$|H_a(j0)| = 0.$$

$$\omega = C \text{ 时, } |H_a(j)| = \frac{1}{1+\omega^2}$$

即此时所有的幅度函数曲线都经过治点, C 即为切比雪夫滤波器的通带截止频率.

(3) 在通带内, $|H_a(j)|$ 在1: 千¹于之间等波纹地起伏。

(4) 在通带外, 随着 ω 的增大, $|H_a(j)|$ 迅速单调的趋近于零。

该滤波器在通带内具有等波纹起伏特性, 在阻带内则单调下降且具有更大的衰减. 相比于巴特沃斯滤波器, 阶数 N 较小.

2冲击响应不变法

冲击响应不变法是使数字滤波器的单位冲击响应序列 $h(n)$ 模仿模拟滤波器的单位冲击响应 $h_a(t)$ 。将模拟滤波器的单位冲击响应加以等间隔抽样, 使 $h(n)$ 正好等于 $h_a(t)$ 的抽样值, 即满足:

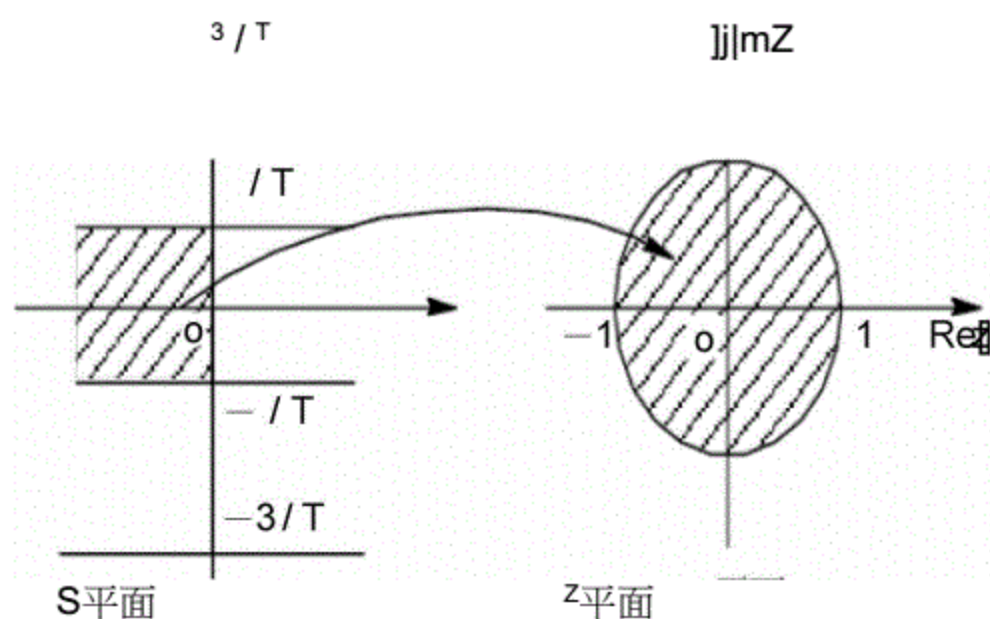
$$h(n) = h_a(nT)$$

既有:

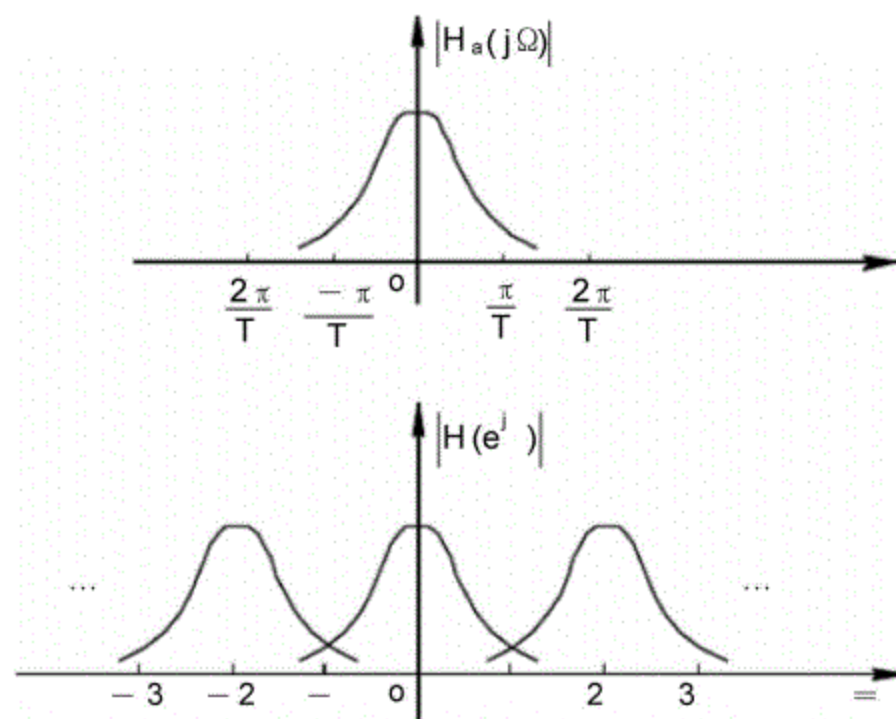
$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} H(z) \Big|_{z=e^{sT}} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_a(s - j\omega_k)$$

冲击响应不变法是将模拟滤波器的 s 平面变换成数字滤波器的 z 平面。冲击响应不变法使得数字滤波器的单位脉冲响应完全模仿模拟滤波器的单位冲激响应, 也就是时域逼近良好。一个线性相位的模拟

滤波器通过脉冲响应不变法得到的仍然是一个线性相位的数字滤波

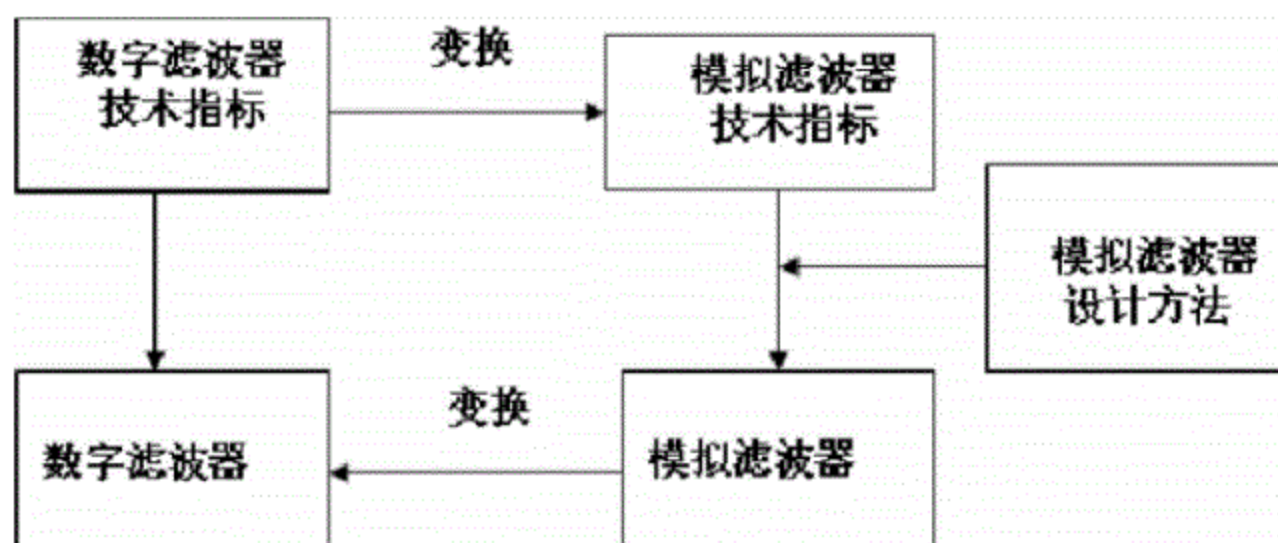


但是，由于任何一个实际的模拟滤波器频率响应都不是严格限带的，变换后就会产生频率响应的混叠失真。这时数字滤波器的频响就不同于原模拟滤波器的频响，而带有一定的失真。当模拟滤波器的频率响应在折叠频率以上处衰减越大、越快时，变换后频率响应混叠失真就越小。这时，采用脉冲响应不变法设计的数字滤波器才能得到良好的效果。



3. 设计流程:

- (1) 确定数字滤波器的技术指标。
- (2) 将数字滤波器的技术指标转换成相应的模拟滤波器的技术指标。
- (3) 按照模拟低通滤波器的技术指标设计过渡模拟低通滤波器。
- (4) 用脉冲响应不变法，将模拟滤波转换成数字滤波器



4. matlab 实现主要步骤：

(1) 先由数字频率转化为模拟的频率，由于采用脉冲响应不变法，所以：

$$\Omega_{\omega 1} = f_s \cdot \omega_1; \quad \Omega_{\omega 2} = f_s \cdot \omega_2;$$

$$\Omega_{\omega 3} = f_s \cdot \omega_3; \quad \Omega_{\omega 4} = f_s \cdot \omega_4;$$

采样频率 $f_s = 2000\text{HZ}$

由函数

$$[N, W_n] = \text{cheb1ord}(W_p, W_s, R_p, R_s, 's');$$

$$[z, p, k] = \text{cheb1ap}(N, R_p); \text{ 求出模拟低通滤波器。}$$

(2) 再通过 $[bt, at] = \text{lp2bp}(bb, aa, W_o, B_w)$ 函数实现由模拟低通滤波器向带通滤波器的转换。

$$\text{其中 } W_o = \sqrt{\Omega_{\omega 1} \cdot \Omega_{\omega 2}};$$

$$B_w = \Omega_{\omega 2} - \Omega_{\omega 1}; \text{ 进行频率变换后实现了带通模拟滤波器}$$

(3)：采用脉冲响应不变法：利用函数：

$$[bz, az] = \text{impinvar}(bt, at, f_s)$$

将上述带通模拟滤波器转换为数字带通滤波器。其中 f_s 为采样频率

(4)：验证：

预期输出信号：

$$u_{zs} = \sin(2\pi \cdot 451 \cdot nn)$$

加入噪声后的信号为：

$$u_z = 0.5 \cdot \cos(2\pi \cdot 21 \cdot nn) + u_{zs} + 2 \cdot \sin(2\pi \cdot 1000 \cdot nn)$$